1. いくつかの連続な自然数の和が 1000 であるとき、この連続な自然数を求めよ。

（山形大）

n から m 個だけ連続する自然数の和が 1000 であるとする (m, n は自然数)。

$n+(n+1)+(n+2)+\cdots+(n+m-1)=1000$

$\dfrac{1}{2}\cdot m\cdot(n+n+m-1)=1000$

$m\cdot(m+2n-1)=2000$

$m\cdot(m+2n-1)=2^4\cdot 5^3$

m が偶数であれば $m+2n-1$ は奇数であり、m が奇数であれば $m+2n-1$ は偶数である。

また、n は自然数なので $2n-1 \geqq 1$ であり、m よりも $m+2n-1$ のほうが大きい。

(1) m が偶数のとき

$m=2^4\cdot 5^a,\ m+2n-1=5^{3-a}$ $(a=0,1,2,3)$ と表すことができる。

m よりも $m+2n-1$ のほうが大きくなるのは $a=0$ のときである。

このとき $(m,n)=(16,55)$ である。

(2) m が奇数のとき

$m=5^b,\ m+2n-1=2^4\cdot 5^{3-b}$ $(b=0,1,2,3)$ と表すことができる。

m よりも $m+2n-1$ のほうが大きくなるのは $b=0,1,2$ のときである。

このとき $(m,n)=(25,28),(5,198),(1,1000)$ である。

以上より、求める連続な自然数は

$55,56,\cdots,69,70$

$28,29,\cdots,51,52$

$198,199,200,201,202$

1000

である。