

1. 日本近海のある海域では未確認飛行物体 (UFO) が頻繁に目撃されている。あるテレビ局がスクープ映像をねらって取材チームをこの海域に送り込んだ。海面を xy 平面とする空間座標で船舶 1 を点 $A(4, 0, 0)$ に、船舶 2 を点 $B(0, 5, 0)$ に配置し、空中ではヘリコプターが点 $C(11, 13, 2)$ の近くで待機している。

- (1) 午後 4 時に船舶 1 からベクトル $(2, 3, 3)$ の方向に、船舶 2 からベクトル $(6, -2, 3)$ の方向に UFO が見えた。午後 4 時における UFO の位置を点 P とするとき、 P の座標を求めよ。
- (2) 4 分前の 3 時 56 分に UFO は点 $Q(2, 0, 3)$ にいたことが確認された。UFO は方向、速さ一定のまま飛行していると予測される。4 時 t 分における UFO の予測される位置の座標を求めよ。
- (3) UFO の予測飛行ルートの点で、点 C に最も近い点 R の座標を求めよ。
- (4) UFO 発見の報告で、4 時 5 分にヘリコプターが分速 1 で点 C から (3) の点 R に向かって直進した。ヘリコプターと UFO のどちらが先に点 R に到着したか。理由とともに答えよ。

(09 名古屋工大)

(1)

$P(x, y, z)$ とする。

船舶 1 の情報より

$$\vec{OP} = \vec{OA} + a(2, 3, 3)$$

$$(x, y, z) = (4, 0, 0) + (2a, 3a, 3a)$$

$$(x, y, z) = (2a + 4, 3a, 3a)$$

船舶 2 の情報より

$$\vec{OP} = \vec{OB} + b(6, -2, 3)$$

$$(x, y, z) = (0, 5, 0) + (6b, -2b, 3b)$$

$$(x, y, z) = (6b, -2b + 5, 3b)$$

以上より

$$\begin{cases} 2a + 4 = 6b \\ 3a = -2b + 5 \\ 3a = 3b \end{cases}$$

これを解いて $a = 1, b = 1$

よって、 P の座標は

$$\boxed{(6, 3, 3)}$$

(2)

UFO の 1 分あたりの速度ベクトルは

$$\frac{1}{4}\vec{QP}$$

$$= \frac{1}{4}(4, 3, 0)$$

$$= \left(1, \frac{3}{4}, 0\right)$$

以上より、4 時 t 分における UFO の予測される位置の座標は

$$\vec{OP} + t\left(1, \frac{3}{4}, 0\right)$$

$$= \left(6 + t, 3 + \frac{3}{4}t, 3\right)$$

(3)

(2) より、UFO の飛行ルートは、 $(6 + t, 3 + \frac{3}{4}t, 3)$ と表すことができる。

R が、この過去を含む飛行ルートの点で、点 C に最も近い点であるならば

$$CR \perp QP$$

$$\vec{CR} \cdot \vec{QP} = 0$$

$$(-5 + t, -10 + \frac{3}{4}t, 1) \cdot (4, 3, 0) = 0$$

$$-20 + 4t - 30 + \frac{9}{4}t = 0$$

$$-80 + 16t - 120 + 9t = 0$$

$$t = 8$$

$t > 0$ よりこの点は UFO の予測飛行ルートの点である。

以上より、 R の座標は

$$\boxed{(14, 9, 3)}$$

(4)

(3) より、UFO が R に到着するのは 4 時 8 分である。

CR 間の距離は

$$\sqrt{(14 - 11)^2 + (9 - 13)^2 + (3 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{26}$$

$$5 < \sqrt{26} < 6 \text{ より}$$

ヘリコプターが出発してから到着するまでに 5 分から 6 分の間の時間がかかる。

よって、ヘリコプターが R に到着するのは 4 時 10 分から 4 時 11 分の間である。

以上より、UFO が先に点 R に到着した。